Das aktuelle Rätsel

für Dezember 2017

(Zitiert aus www.zahlenjagd.at)

Gegeben ist eine Menge M von ganzen Zahlen.
Wir fügen die Zahl 15 hinzu und erhalten die Menge N, dabei erhöht sich der Durchschnitt (aller Zahlen in der Menge M) um 2. Wir fügen zur neuen Menge N die Zahl 1 hinzu, dabei vermindert sich der Durchschnitt der Zahlen der Menge N um 1.
Wie viele Zahlen hatte die Menge M?

<u>Lösungsvorschlag</u>:

Wenn n die Anzahl der Elemente von M und s ihre Summe ist, ergeben sich aus der Angabe die folgenden Gleichungen:

I: $\frac{s+15}{n+1} = \frac{s}{n} + 2$

II: $\frac{s+16}{n+2} = \frac{s}{n} + 1$ $\Big\downarrow -$

$\frac{s+15}{n+1} - \frac{s+16}{n+2} = 1 \quad | .(n + 1).(n + 2)$

$(s + 15).(n + 2) – (s + 16).(n + 1) = (n + 1).(n + 2)$
$s.n + 15n + 2s + 30 – s.n – 16n – s – 16 = n^2 + n + 2n + 2$
$s – n + 14 = n^2 + 3n + 2 \quad | + n – 14$
$s = n^2 + 4n – 12$

Eingesetzt in I:

$\frac{n^2+4n+3}{n+1} = \frac{n^2+4n-12}{n} + 2 \quad | .n.(n + 1)$
$(n^2 + 4n + 3).n = (n^2 + 4n – 12).(n + 1) + 2n.(n + 1)$
$n^3 + 4n^2 + 3n = n^3 + 4n^2 – 12n + n^2 + 4n – 12 + 2n^2 + 2n$
$4n^2 + 3n = 7n^2 – 6n – 12 \quad | - 4n^2 – 3n$
$0 = 3n^2 – 9n – 12 \quad | :3$
$n^2 – 3n – 4 = 0$
${}_2n_1 = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 4} = 1{,}5 \pm 2{,}5$
$n_1 = 4 \;\; (n_2 = -1) \;\Rightarrow\; s = 20$

Die Menge M hatte 4 Elemente mit der Summe 20.